Inteligência Artificial

Fabrício Olivetti de França

07 de Junho de 2018

UFABC

CMCC
Centro de Matemática, Computação e Cognição
Center for Mathematics, Computation and Cognition

Topics

1. Busca Informada
2. Heurísticas
3. Busca com Heurística
4. Exercícios

Busca Informada

Recapitulando

Definição de um problema:

- Conjunto de estados
- Conjunto de ações
- Função de transição
- Função de custo
- Estado inicial e estado objetivo

Recapitulando

Árvore de Busca:

- Nós representam os possíveis estados.
- Arestas representam transições de estado.
- Um caminho em uma árvore (da raiz ao nó folha) representa uma solução.

Recapitulando

Algoritmos de busca constroem sistematicamente a árvore de busca.

Diferenciam pela ordem que constroem os nós.

Algoritmo ótimo: encontra a solução com o menor custo.

Problemas

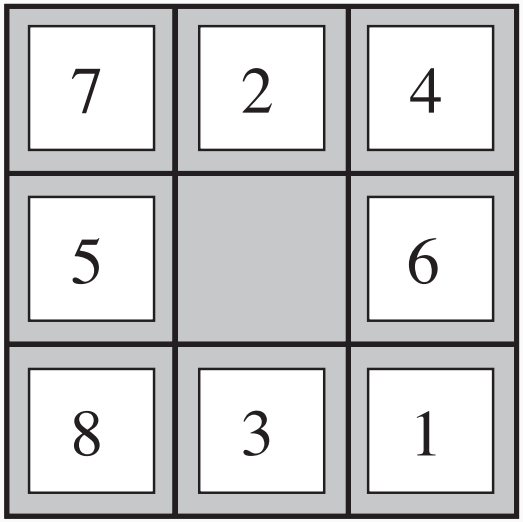
Explora as opções sem nenhuma informação de onde está o objetivo.

Expande caminhos ruins desnecessariamente.

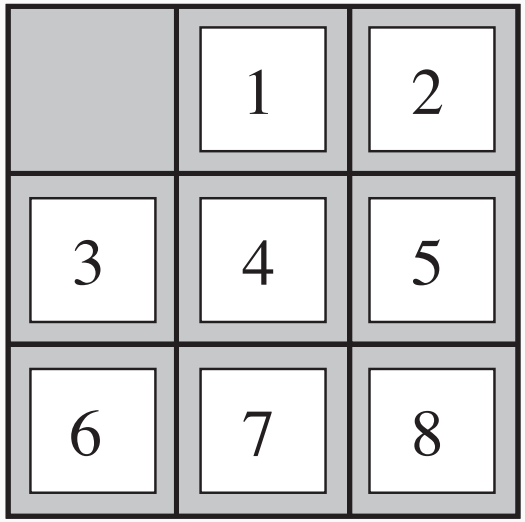
Exemplo de Problemas

Vamos ilustrar alguns problemas fictícios e reais para entendermos melhor os conceitos da aula de hoje.

8-Puzzle



Start State

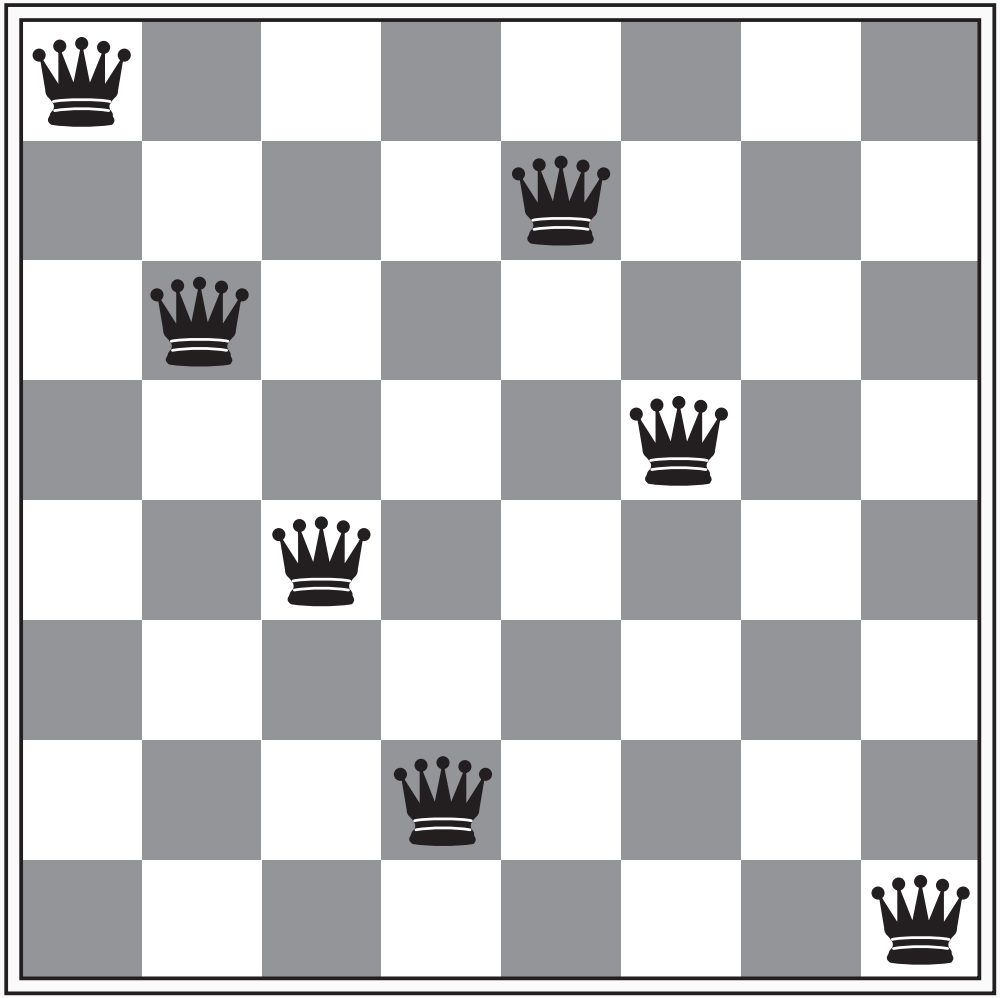


Goal State

8-Puzzle

- **Estados:** uma matriz 3x3 cada posição contendo um número de 0 a 8, sendo o valor 0 um espaço vazio.
- **Estado inicial:** qualquer um dos estados.
- **Objetivo:** Reordenar os valores na ordem de 0 a 8 dentro da matriz.
- **Ações:** Esquerda, Direita, Cima, Baixo (ou um subconjunto desse).
- **Transição:** Dado um estado **s** e uma ação **a**, efetua-se a troca do valor 0 com o valor vizinho na direção de **a**.
- **Custo:** Cada movimento tem custo 1.

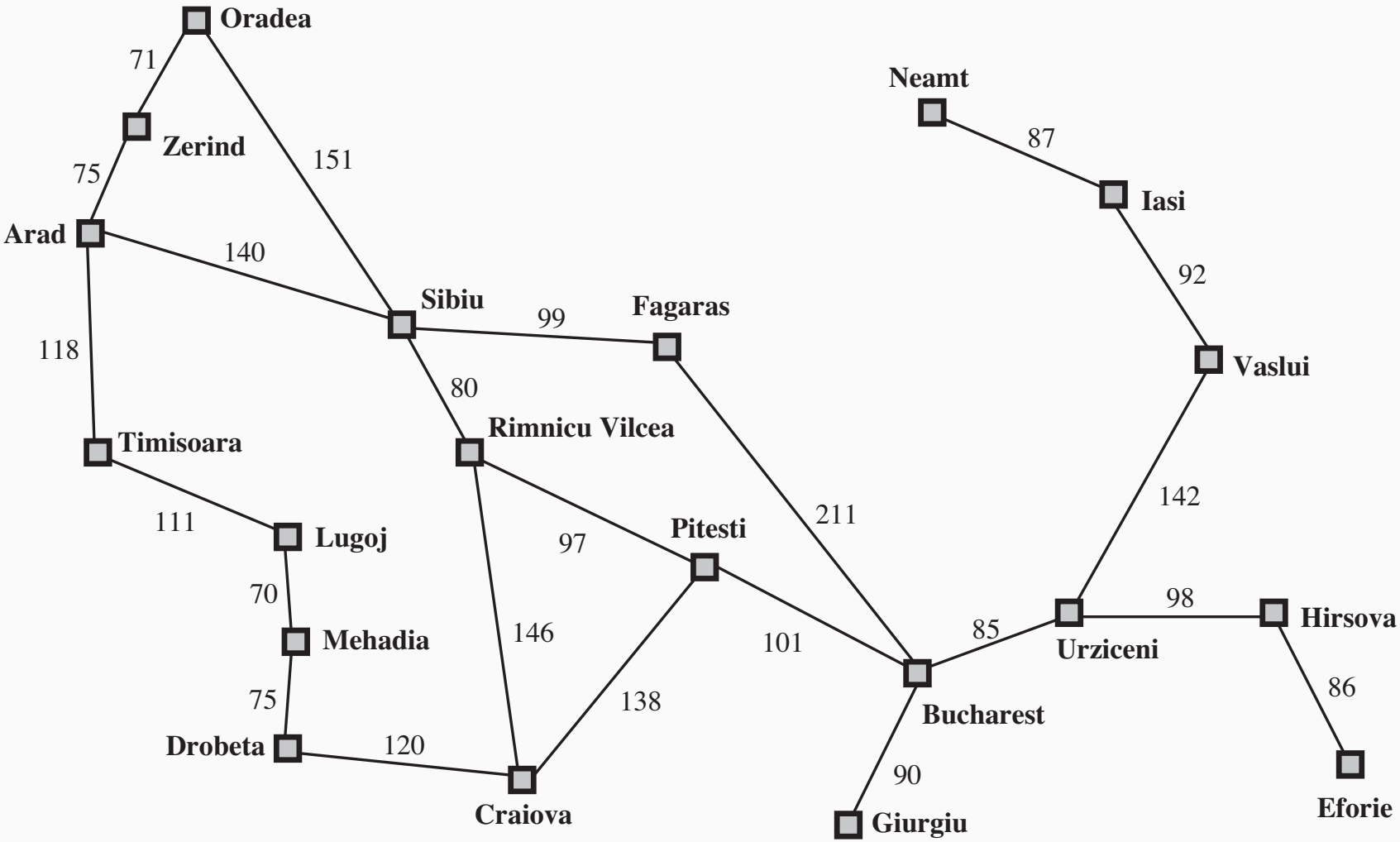
8 Rainhas



8 rainhas

- **Estados:** um arranjo das 8 rainhas no tabuleiro de xadrez, cada uma em uma fileira.
- **Estado inicial:** qualquer um dos estados.
- **Objetivo:** posicionar as rainhas de tal forma que nenhuma é atacada.
- **Ações:** adicionar uma rainha em uma posição.
- **Transição:** dado um estado **s** e uma ação **a**, insere a rainha na posição definida em **a**.
- **Custo:** quantidade de rainhas sendo atacadas.

Menor rota


Oradea
71
Zerind
75
151
Arad
140
Sibiu
99
Fagaras
118
80
Rimnicu Vilcea
Timisoara
111
Lugoj
97
Pitesti
211
70
Mehadia
146
101
75
138
Drobeta
120
Craiova
Bucharest
90
Giurgiu
Neamt
87
Iasi
92
Vaslui
142
98
Hirsova
85
Urziceni
86
Eforie

Menor rota

- **Estados:** local atual.
- **Estado inicial:** ponto de partida da rota.
- **Objetivo:** destino final da rota.
- **Ações:** escolher um estado que possui ligação com o atual.
- **Transição:** dado o estado atual **s**, seguir para o estado **s'** definido em **a** caso seja vizinho de **s**.
- **Custo:** custo de sair de **s** e chegar em **s'**.

Busca Informada

Na Busca informada o agente faz decisões informadas sobre o caminho mais interessante para continuar a busca.

Para isso utilizamos heurísticas de forma a estimar qual o melhor caminho até o objetivo.

Heurísticas

Heurística

Do grego, *heuriskō*, significa *encontrar, descobrir* (*eureka!!*).

Na área de busca e otimização é um método que tem o objetivo de encontrar uma solução para um problema sem garantias teóricas de otimalidade.

Tenta satisfazer um objetivo imediato e intermediário.

Heurística

Em problemas de busca é modelado em forma de uma função $h(n)$ que estima o custo do melhor caminho entre o estado descrito pelo nó **n** até o objetivo.

Heurística

Para o problema do 8 puzzle podemos considerar uma função heurística que soma a a distância entre cada número e sua posição correta.

Heurística

Para o problema das 8 rainhas, podemos utilizar a quantidade de quadrados não atacados por nenhuma rainha.

Heurística

Para o problema da rota, uma heurística razoável seria a distância em linha reta da posição atual até o destino.

Heurística

Veja que embora essas funções não garantem que o caminho a ser seguido é o melhor, eles trazem uma intuição sobre os melhores candidatos.

Busca com Heurística

Busca Gulosa

Também conhecida como **Best-first search** e **Greedy search**.

Expande o nó que minimiza o custo estimado pela função heurística.

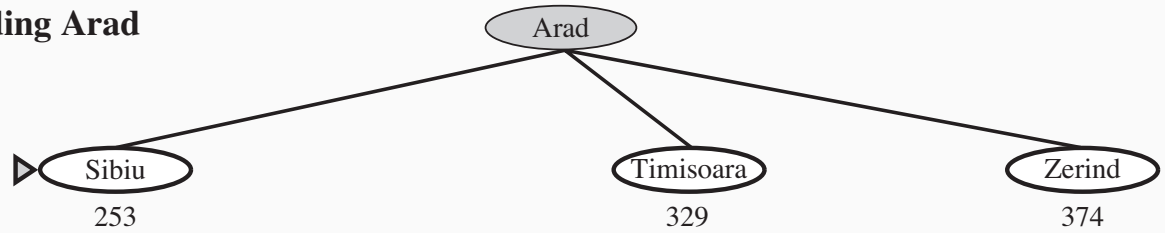
Busca Gulosa

```
1  def buscaGulosa(nos, h):
2    no = argmin(nos, h)
3    sl = [resultado(no, a) for a in acoes(no)]
4    if any(atingiuObj(s) for s in sl):
5      return filter(atingiuObj, sl)[0]
6    nos = nos.remove(no) + sl
7
8    if empty(nos):
9      return Falha
10
11   return buscaGulosa(nos, h)
```

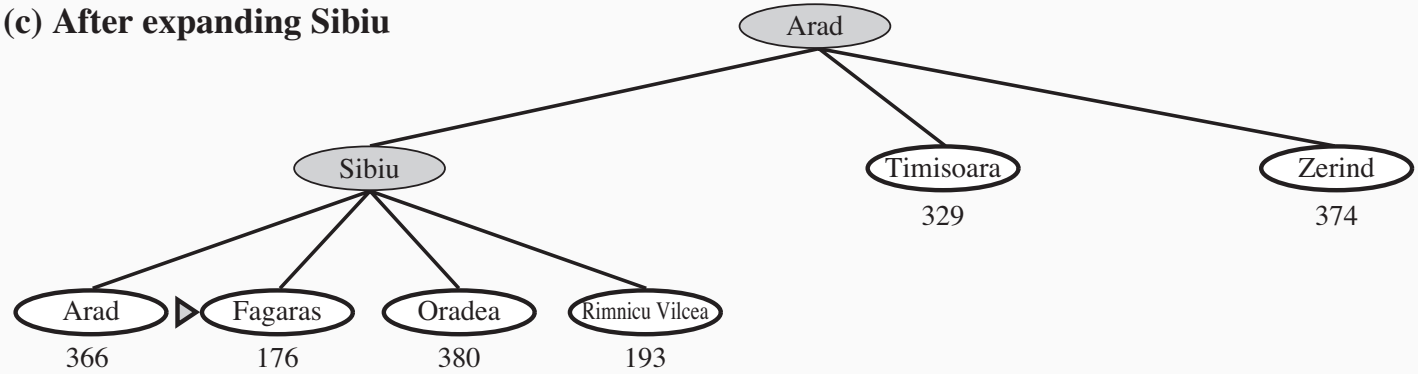
Busca Gulosa

(a) The initial state

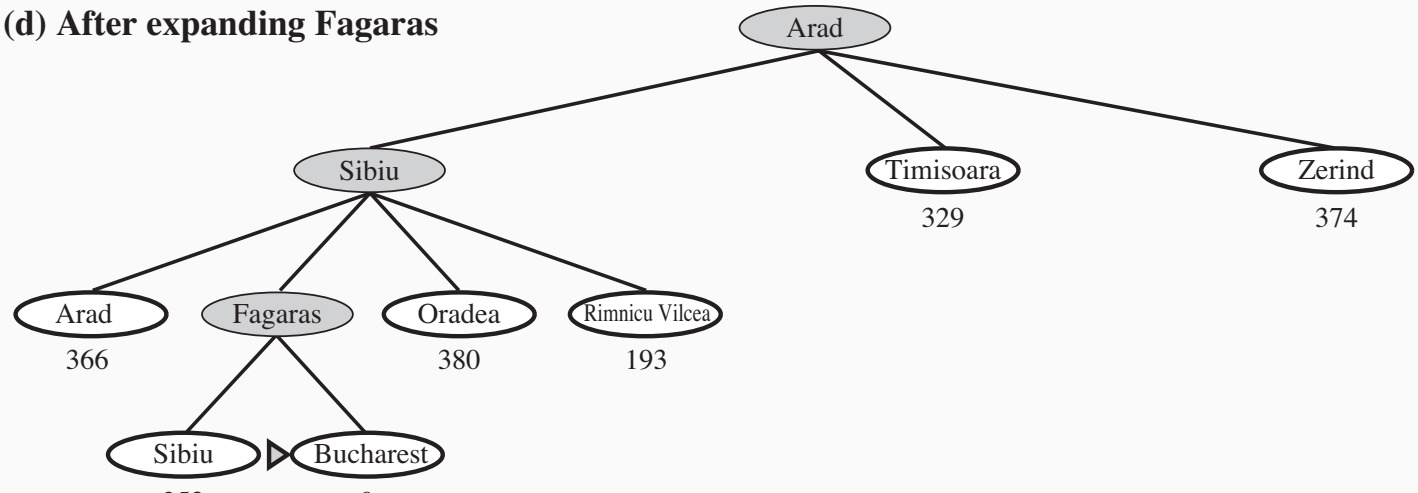
(b) After expanding Arad



(c) After expanding Sibiu



(d) After expanding Fagaras



A*

Outra estratégia **best-first** é conhecida como A*, ou **A-estrela**.

A ideia é a mesma da busca gulosa, porém a escolha do nó a expandir agora é definida pela função:

$f(n) = g(n) + h(n)$

Sendo $g(n)$ o custo do estado inicial até o nó n.

A*

Dessa forma levamos em conta não apenas o custo para chegar até o objetivo, mas também o que gastamos até então.

Esse algoritmo pode garantir otimalidade em certas condições.

A*

```
1  def buscaAStar(nos, g, h):
2    no = argmin(nos, g, h)
3    sl = [resultado(no, a) for a in acoes(no)]
4    if any(atingiuObj(s) for s in sl):
5      return filter(atingiuObj, sl)[0]
6    nos = nos.remove(no) + sl
7
8    if empty(nos):
9      return Falha
10
11   return buscaAStar(nos, h)
```

Huerística Admissível

Uma heurística é dita **admissível** se ela nunca superestima o custo $h(n)$ de atingir o objetivo a partir do nó n. Ela é otimista!

$$g(n) + h(n) \leq g(n*)$$

Huerística Admissível

Por consequência, dado um $h(n)$ admissível, $f(n) = g(n) + h(n)$ também é admissível.

Huerística Admissível

A heurística do caminho mais curto é admissível pois é impossível termos uma distância menor que uma linha reta entre dois pontos.

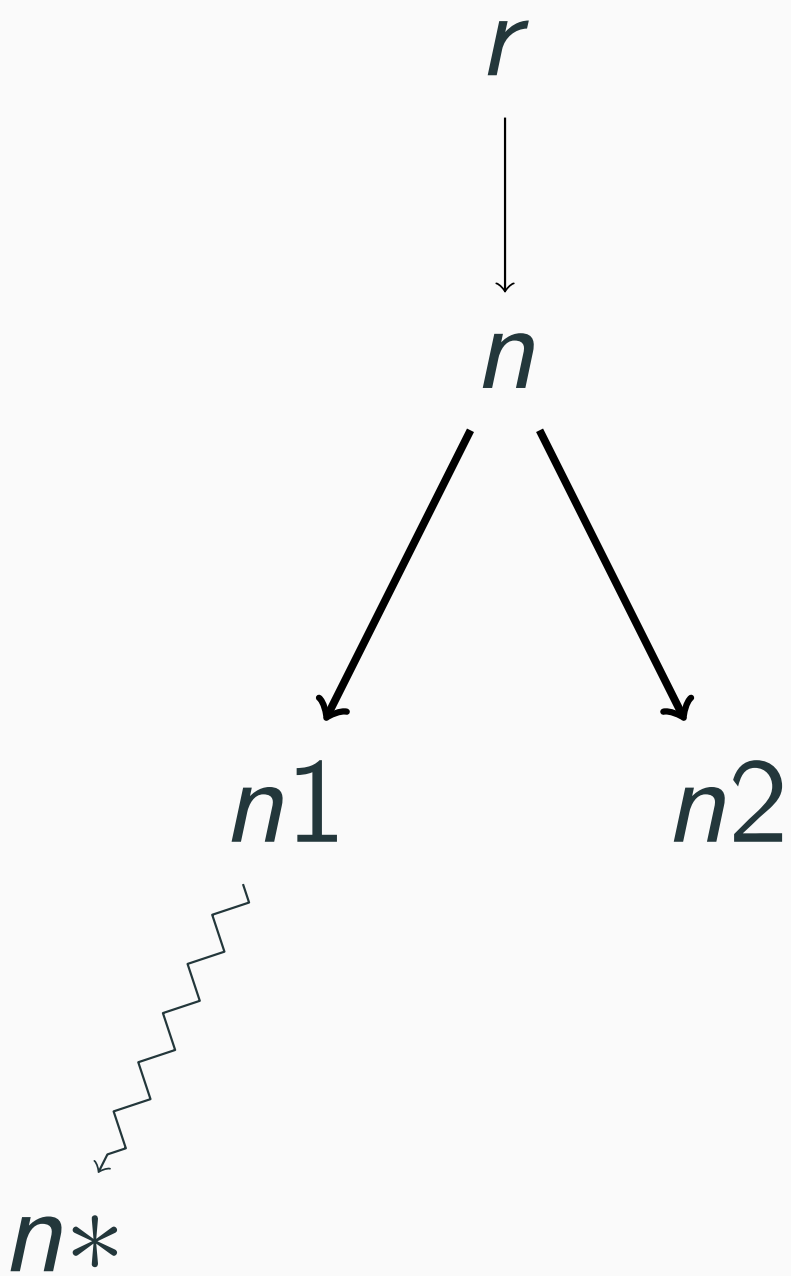
Otimalidade no A*

Dado uma heurística $h(n)$ admissível, temos a garantia de otimalidade no algoritmo A*.

Otimalidade no A*

Partindo de um nó n, suponha que o conjunto atual de nós a serem explorados é $\{n1, n2\}$ e que o caminho de $n1$ leva ao objetivo $n*$ e que $g(n1) < g(n2)$ (eventualmente isso será verdade, ou então $n1$ não leva ao ótimo).

Otimalidade no A*



Otimalidade no A*

Lembrando que $f(n1) = g(n1) + h(n1) \leq g(n*)$ e $f(n*) = g(n*)$ temos que

$f(n1) \leq f(n*)$

Otimalidade no A*

Sendo muito otimista, temos $h(n) = 0$ para todo n. Com isso temos que $f(n*) < f(n2)$, pois $n*$ é ótimo.

Logo, $f(n1) \leq f(n*) < f(n2)$.

Otimalidade no A*

Note que embora possamos dizer que o algoritmo A* é ótimo, não significa que ele consegue encontrar a resposta em um tempo hábil.

O espaço de busca da fronteira a ser explorada ainda cresce exponencialmente com o tamanho da melhor solução.

Quanto mais próximo é $h(n)$ do valor de custo real, mais rapidamente a solução poderá ser obtida.

8 puzzle

Dada as duas heurísticas abaixo, elas são admissíveis?

1) h1 = número de valores fora de sua posição correta
2) h2 = a soma das distância de cada valor para sua posição correta.

Criando uma heurística

Uma forma de pensar em uma heurística é tentar criar heurísticas para *relaxações* do problema principal. Por exemplo:

1) Se cada movimento do 8 puzzle puder ser a troca dos valores de quaisquer duas posições, a função $h1$ é ótima.
2) Se cada movimento puder ser a troca de quaisquer dois valores adjacentes (e não apenas o 0), chegamos em $h2$.

Criando uma heurística

Quanto mais próximo um problema relaxado for do problema real, melhor será nossa heurística.

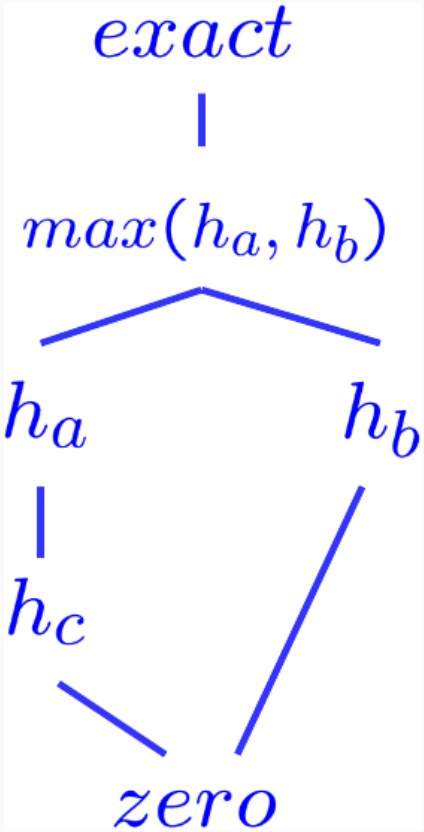
Dizemos que uma heurística $h2$ domina a heurística $h1$ se $h2(n) \geq h1(n)$ para qualquer nó n.

Se tivermos m heurísticas sem relação de dominância entre elas, podemos definir uma heurística h:

$h(n) = max\{h1(n), h2(n), ..., hm(n)\}$

Criando uma heurística

Podemos pensar no conjunto de heurísticas admissíveis para um problema como o seguinte reticulado:



Sendo a heurística exata o valor exato do custo ao seguir por n e a heurística **zero** uma função $h(n) = 0$.

Exercícios

Exercício

Aplique o algoritmo A* no problema 8 puzzle partindo do estado abaixo utilizando $h1$ e $h2$. Compare os resultados:

7	2	4
5	0	6
8	3	1

Exercício

Aplique a Busca em Largura e a Busca Gulosa no problema 8 puzzle iniciando do estado abaixo. Compare os resultados!

7	2	4
5	0	6
8	3	1

Exercício

Aplicando a heurística $h(n) = max\{h1(n), h2(n)\}$ no problema 8 puzzle, obtemos algum ganho?

7	2	4
5	0	6
8	3	1