Inteligência Artificial

Fabrício Olivetti de França

07 de Junho de 2018

UFABC

CMCC
Centro de Matemática, Computação e Cognição
Center for Mathematics, Computation and Cognition

Topics

1. Problema de Satisfação de Restrição
2. Resolvendo problemas CSP
3. Backtracking (Retrocesso)
4. Exercícios

Problema de Satisfação de Restrição

Limitações das Buscas (Des)Informadas

- O estado de um problema tem uma estrutura arbitrária diferente para cada problema
- O teste para verificar se o objetivo foi atingido é específico para essa estrutura
- A função que escolhe o estado sucessor também é específico para o problema

Problema de Satisfação de Restrição (CSP)

O **Problema de Satisfação de Restrição** (CSP, do inglês *Constraint Satisfaction Problem*) formaliza os problemas de busca de acordo com:

- Conjunto de variáveis X do problema
- Conjunto de domínios D de cada variável
- Conjunto de restrições C determinando a validade de uma configuração de X

Problema de Satisfação de Restrição (CSP)

Ao definir um problema seguindo essa formalização, podemos pensar em um algoritmo único que funcione para todos os algoritmos.

Exemplo: Colorir um mapa

Dado o mapa da Australia abaixo, queremos colorir cada estado de uma cor diferente de seus vizinhos:

Exemplo: Colorir um mapa

Formulação CSP:

- $X = \{WA, NT, Q, SW, V, SA, T\}$
- $D_i = \{\text{vermelho, verde azul}\}$ para todo i
- $C = \{SA \neq WA, SA \neq NT, SA \neq Q, SA \neq NSW, SA \neq V, WA \neq NT, NT \neq Q, Q \neq NSQ, NSW \neq V\}$

Exemplo: Colorir um mapa

Computacionalmente pode ser interessante representar as restrições na forma:

$$
\begin{aligned}
C = \{&(SA, WA, \{(verm, verd), (verm, azul),\\
&(verd, azul), (verd, verm), (azul, verd), (azul, verm)\}),\\
&(SA, NT, \{(verm, verd), ...\}), ...\}
\end{aligned}
$$

Assim podemos padronizar nosso algoritmo para lidar com as restrições.

Exemplo: Colorir um mapa

É fácil perceber que ao definir SA = azul, nenhum de seus vizinhos pode usar essa cor.

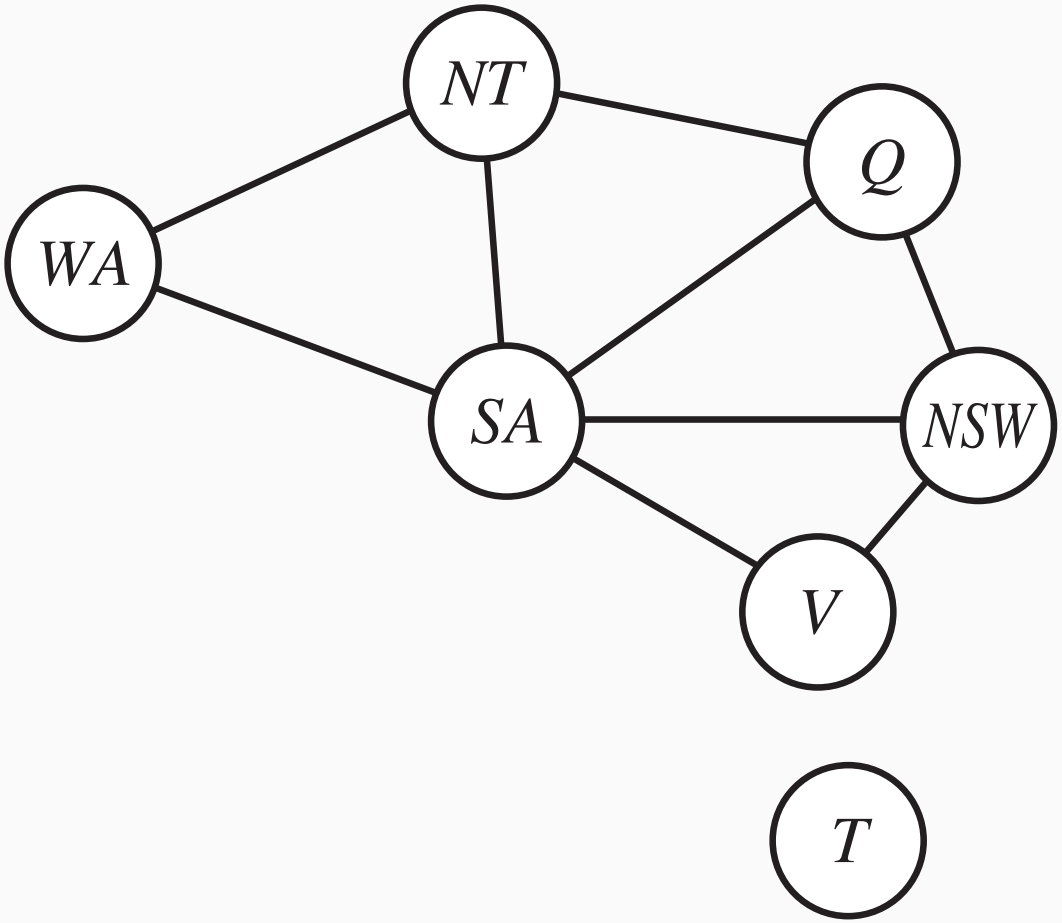
Exemplo: Colorir um mapa

Em um algoritmo de busca (des)informado, teríamos que explorar $3^5 = 243$ possibilidades de alocações de cores

Com o uso de restrições, teríamos que explorar apenas $2^5 = 32$ alocações.

Grafo de restrições

Representa as restrições na forma de grafos em que cada nó representa uma variável do problema, arestas representam a restrição (ex.: $\neq$).



Essa estrutura pode ser interessante para acelerar a busca

Variedades do CSP

O mais comum é pensarmos sempre em **variáveis discretas**, ou seja, X_i é azul ou vermelho, X_i representa a quantidade de compra de certo material.

Variedades do CSP

Os problemas discretos podem ter **domínio finito ou infinito**.

- Domínio finito: cores do mapa, posições da rainha no tabuleiro.
- Domínio infinito: quantidade de compra de material,

Variedades do CSP

Podemos ter variáveis contínuas em um CSP: tempo, valor de medição como número real, etc.

Se as restrições forem lineares, existem algoritmos que encontram solução em tempo polinomial (veja Programação Matemática).

Variedades do CSP

Quanto as restrições, elas podem ser:

- **Unárias:** envolvendo uma única variável, $SA \neq verde$
- **Binárias:** envolvendo duas variáveis, $SA \neq WA$
- **Alta ordem:** envolvendo 3 ou mais variáveis, $SA \neq WA \neq NT$

As restrições também podem modelar preferências!

Resolvendo problemas CSP

Consistência dos Nós

Um nó do grafo de restrições é dito **nó consistente** se nenhum valor de seu domínio viola uma restrição unária envolvendo a variável.

É possível remover todas as restrições unárias de um grafo de restrições, removendo as restrições do domínio.

Consistência dos Nós

No exemplo de colorir o mapa, se definirmos a restrição $SA \neq verde$, então ele passa a não ser consistente pois seu domínio é $\{verde, vermelho, azul\}$.

Devemos então fazer com que o domínio de SA seja $D_{SA} = \{vermelho, azul\}$.

Consistência das Arestas

Uma variável é dita **arco consistente** se o domínio dessa variável satisfaz todas as restrições binárias envolvendo ela.

Da mesma forma é possível remover os valores do domínio de cada variável para torná-la consistente.

Consistência das Arestas

Imagine que temos duas variáveis X_1, X_2 e a restrição $X_2 = X_1^2$, sendo o domínio de ambas $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Para tornar as duas variáveis consistentes devemos fazer:

$D_1 = \{0, 1, 2, 3\}$

$D_2 = \{0, 1, 4, 9\}$

Algoritmo AC-3

Para tornar um problema arco consistente podemos seguir os seguintes passos:

```
1  def AC3(csp, queue):
2    if empty(queue):
3        return true
4
5    (i, j)        = queue.pop()
6    revised, csp = Revise(csp, i, j)
7    if revised:
8      D = csp[1]
9      if empty(D[i]): return false
10     [queue.push( (k,i) ) for k in neighbors(i, csp) if k!=i]
11   return AC3(csp, queue)
```

Algoritmo AC-3

```
1  def Revise(csp, i, j):
2    X, D, C = csp
3    violate = set([x for x in D[i]
4                       if len([(x,y) in C[i][j] for y in D[j]])==0])
5    if not empty(violate):
6      D[i] = D[i] - violate
7      return true, (X, D, C)
8    return false, csp
```

Consistência de Caminho

Podemos perceber que a consistência de arco não elimina nenhum valor dos domínios de nosso problema de colorir o mapa.

Precisamos de eliminação de valores de domínio mais fortes para resolver esse problema

Consistência de Caminho

Um par de nós (X_i, X_j) é dito possuir **consistência de caminho** levando em conta uma variável X_k se para todos os possíveis valores $X_i = a, X_j = b$ dentro de seus domínios, existe pelo menos um valor $X_k = c$ que não viola nenhuma restrição em (X_i, X_k) e (X_k, X_j).

Consistência de Caminho

Se pensarmos no problema de colorir o mapa com apenas duas cores, para tornar as variáveis (WA, SA) consistentes no caminho com a variável NT, verificamos as duas possibilidades de atribuição para eles:

$\{WA = vermelho, SA = azul\}, \{WA = azul, SA = vermelho\}$

Consistência de Caminho

Qualquer um dos valores de NT violam suas restrições em qualquer uma das condições, tornando o domínio $D_{NT} = \emptyset$, mostrando que o problema não apresenta solução

PC-2

```
1  def PC2(csp, queue):
2    if empty(queue):
3      return true
4    i,j,k = queue.pop()
5    revised, csp = revise3(i,j,k)
6    if revised:
7      X, D, C = csp
8      if empty(D[k]):
9        return false
10     queue.push([(l,i,j) for l in range(n)
11                         if  l != i and l != j])
12     queue.push([(l,j,i) for l in range(n)
13                         if  l != i and l != j])
14   return PC2(csp, queue)
```

PC-2

```
1  Q = [(i,j,k) for i in range(n)
2               for j in range(i+1,n)
3               for k in range(n)
4               if k != i and k != j]
5
6  PC2(csp, Q)
```

Backtracking (Retrocesso)

Backtracking (Retrocesso)

O algoritmo **backtracking** é o algoritmo básico de busca não informada para um CSP.

Basicamente é uma busca em profundidade levando em conta:

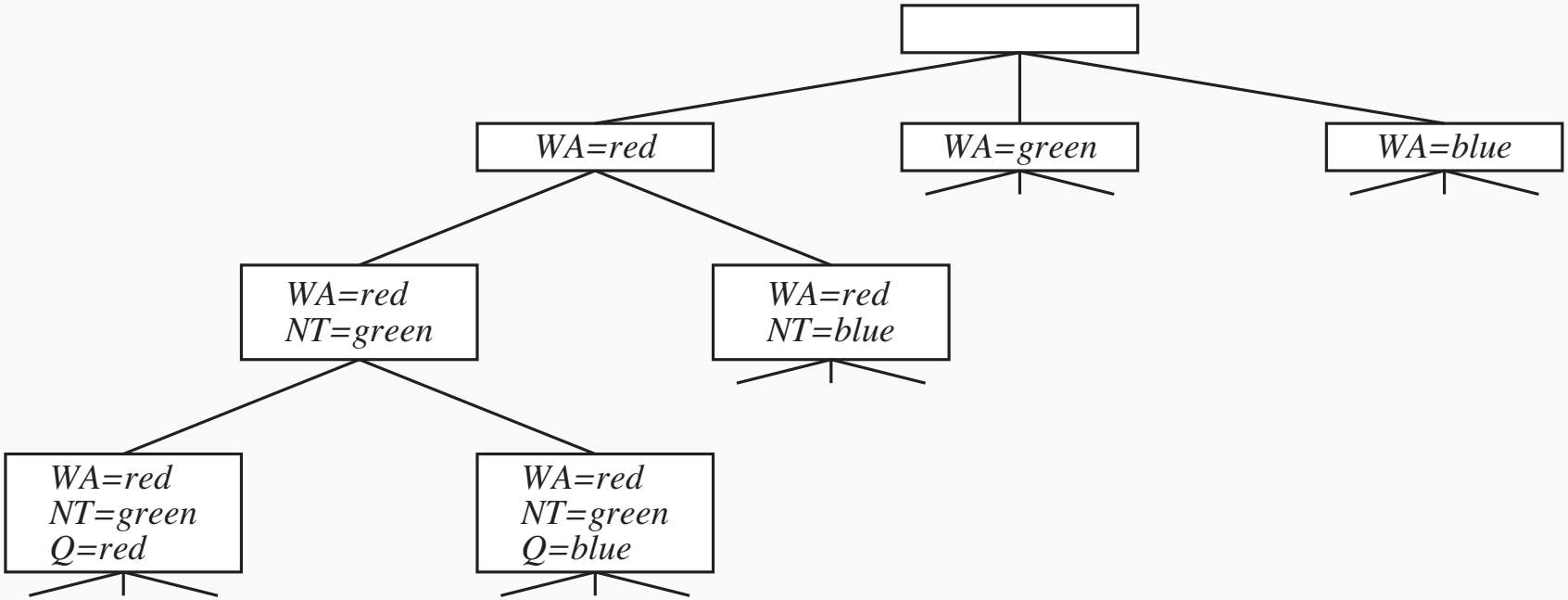
- Cada nó atribui valores para apenas uma variável
- Não atribui valores que conflitam com alguma restrição
- Para de expandir um nó ao atingir uma solução infactível

Backtracking

```
1  def Backtracking(sol, csp):
2    X, D, C = csp
3    if length(sol) == length(X):
4      return sol
5    i = selecioneVar(csp, sol)
6    for v in sortValues(i, sol, csp):
7      if consistent(i, v, csp):
8        sol_p = Backtracking(sol + [(i,v)], csp)
9        if not empty(sol_p):
10         return sol_p
11   return []
```

Backtracking

No nosso problema de colorir mapas:



Melhorando o Backtracking

A função `selecioneVar` em sua forma mais simples seleciona cada variável do problema na ordem.

Melhorando o Backtracking

Porém uma estratégia é escolher a variável que tem a menor quantidade de valores válidos para a solução parcial atual.

Melhorando o Backtracking

No nosso problema, se fizermos $WA = \textit{vermelho}$ e $NT = \textit{verde}$, SA só poder ter o valor *azul*, e as variáveis Q, NSW, V poderão assumir apenas um único valor, levando a uma solução de forma mais rápida.

Melhorando o Backtracking

Outra heurística possível é escolher a variável que faz parte de um maior número de restrições (variável com maior grau), pois uma vez que um valor é designado para ela, muitas opções de valores serão eliminadas ao mesmo tempo.

Melhorando o Backtracking

Uma vez escolhida a variável, uma boa heurística para escolha de valores é começar por aqueles valores que restrigem menos os valores de seus vizinhos.

Suponha $WA = \textit{vermelho}, NT = \textit{verde}$, e agora queremos dar um valor a Q. A escolha de $Q = \textit{azul}$ elimina o último valor legal para seu vizinho SA, portanto essa heurística exploraria primeiro vermelho.

Melhorando o Backtracking

Note que a escolha da variável deve ser a que “falha-primeiro”, para resolvermos os problemas mais críticos primeiro.

Por outro lado,a escolha dos valores deve seguir “falha-por-último”, pois queremos evitar de não satisfazer nenhum de seus vizinhos.

Busca Local

Uma outra forma de tentar resolver um problema CSP é através de algoritmos de **busca local**, tais algoritmos partem de uma solução completa e infactível e tentam factibilizar iterativamente.

Busca Local

```
1  def HillClimbing(sol, csp, it):
2    if it == 0:
3      return []
4    i, v    = minConflito(sol, csp)
5    sol[i]    = v
6    if solved( sol, csp ):
7      return sol
8    return HillClimbing(sol, csp, it-1)
```

Exercícios

Exercício

Modele o problema do Sudoku como um CSP

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A			3		2		6		
B	9			3		5			1
C			1	8		6	4		
D			8	1		2	9		
E	7								8
F			6	7		8	2		
G			2	6		9	5		
H	8			2		3			9
I			5		1		3		

(a)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4	8	3	9	2	1	6	5	7
B	9	6	7	3	4	5	8	2	1
C	2	5	1	8	7	6	4	9	3
D	5	4	8	1	3	2	9	7	6
E	7	2	9	5	6	4	1	3	8
F	1	3	6	7	9	8	2	4	5
G	3	7	2	6	8	9	5	1	4
H	8	1	4	2	5	3	7	6	9
I	6	9	5	4	1	7	3	8	2

(b)

Exercício

Considere o Sudoku ilustrado abaixo. Dado as restrições do tipo *todosDiferentes* envolvendo as variáveis de uma mesma linha, de uma mesma coluna e de um mesmo bloco, transforme todos os domínios em arco-consistente:

1	2	3	4
3		1	2
2			
	1		3

Exercício

Aplique o algoritmo de Backtracking e o HillClimbing para o problema de colorir o mapa. Inicie a solução de HillClimbing com todas as cores vermelhas.